

Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa SMA Terhadap Matriks Ditinjau Dari Pengetahuan Awal Matematika

*(Analysis Of Mathematical Proofing Capability Of High School Student
Towards Matrix Viewed From Prior Knowledge)*

Hermanto¹, Kodirun² & Mustamin Anggo³

¹*Alumnus Prodi Pendidikan Matematika PPs UHO; Email: hermanto_1993@yahoo.co.id*

²*Dosen Pendidikan Matematika FKIP dan PPs UHO*

³*Dosen Pendidikan Matematika FKIP dan PPs UHO*

Abstrak: Penelitian ini merupakan penelitian eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Subyek penelitian ini adalah tiga siswa SMA Negeri 6 Kendari yang terdiri dari satu siswa dengan pengetahuan awal tinggi, satu siswa dengan pengetahuan awal sedang, dan satu siswa dengan pengetahuan awal rendah. Instrumen dalam penelitian ini ada dua macam, yaitu instrumen utama yang adalah peneliti sendiri dan instrumen bantu sebagai pendukung. Teknik pengumpulan data yang dilakukan dengan pemberian tes pembuktian matematis dan wawancara. Kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian terhadap materi matriks diidentifikasi melalui kemampuan siswa dalam berargumentasi secara logis dan menggunakan simbol yang benar atau berdasarkan logika. Hasil penelitian menunjukkan bahwa baik siswa dengan pengetahuan awal matematika tinggi, sedang dan rendah kurang mampu dalam melakukan pembuktian matematis. Selain itu, hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan pengetahuan awal matematika tinggi lebih memiliki kemampuan pembuktian matematis dibandingkan dengan siswa yang memiliki pengetahuan awal sedang dan rendah.

Kata Kunci: Kemampuan Pembuktian Matematis, Pengetahuan Awal Matematika.

Abstract: This research is an explorative research with qualitative approach. The subjects of this research were three students of SMA Negeri 6 Kendari consisting of one student with high prior knowledge, one student with moderate prior knowledge, and one student with low prior knowledge. There are two kinds of Instruments in this research, the main instrument that is the researcher himself and the auxiliary instrument as a supporter. Data collection techniques conducted with mathematical proving tests and interviews. The students' ability to prove the matrix subject is identified through the students' ability to logically argue and use the correct or logical symbols. The results showed that students with high, moderate and low prior mathematical knowledge were less able to perform mathematical prove. In addition, the results showed that students with a high prior mathematical knowledge had more mathematical proving capability than students with moderate and low prior knowledge.

Key words: *Mathematical proving Ability, Prior Knowledge of Mathematics*

PENDAHULUAN

Salah satu ciri khas ilmu matematika adalah bukti matematika dan pembuktian matematis. Suatu bukti atau pembuktian adalah suatu cara untuk memastikan kebenaran suatu pernyataan, menurut Hernandi (2008) menyatakan bahwa di dalam matematika, bukti adalah serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Argumen-argumen ini dapat berasal dari

premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lainnya, definisi, dan akhirnya dapat berasal dari postulat dimana system matematika tersebut berasal. Yang dimaksud logis di sini, adalah semua langkah pada setiap argumen harus dijustifikasi oleh langkah sebelumnya. Jadi kebenaran semua premis pada setiap deduksi sudah dibuktikan atau diberikan sebagai asumsi. Sejalan dengan itu, menurut Schoenfeld yang dikutip oleh Arnawa (2009) menyatakan bahwa pembuktian pada dasarnya adalah membuat serangkaian deduksi dari asumsi (premis atau aksioma) dan hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma atau teorema) untuk memperoleh hasil-hasil penting dari suatu persoalan matematika. Sehingga bukti merupakan keterampilan dasar matematika yang sangat penting dalam peningkatan pembelajaran matematika.

Merujuk pada rekomendasi Nasional Council of Teachers of Mathematics (NTCM), maka materi pembuktian matematika merupakan beberapa diantara aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika di sekolah. Hal ini disebabkan sedikit atau banyaknya pengalaman siswa dalam menyusun suatu pembuktian matematika di sekolah menengah pertama, akan berdampak pada kemampuan pembuktian matematika ketika siswa mengikuti pembelajaran di sekolah menengah atas. Pembelajaran matematika tanpa disertai dengan pembuktian tidak mencerminkan teori dan praktek bermatematika. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan oleh Hanna (2000) bahwa matematika dan bukti matematika merupakan dua konsep yang terkait erat karena matematika tidak hanya menunjukkan apa yang benar atau salah.

Belajar matematika dengan cara memahami bukti pada dasarnya tidaklah mudah, tetapi dibutuhkan waktu untuk memahami matematika sebagai bahasa logika dan juga dibutuhkan wawasan matematika yang luas untuk belajar membuktikan fakta-fakta yang lebih rumit. Hernandi (2008) mengemukakan bahwa pada tahap awal, pekerjaan memahami bukti bukanlah sesuatu yang menarik karena siswa lebih banyak bergelut dengan simbol dan pernyataan logika ketimbang berhadapan dengan angka-angka yang biasanya dianggap sebagai karakter matematika. Kenyataan inilah menjadikan salah satu alasan siswa malas untuk memahami bukti dalam matematika. Alasan lainnya adalah pekerjaan membuktikan lebih sulit dan tidak penting. Lebih lanjut, Hernandi (2008) juga menjelaskan bahwa tidak dapat dipungkiri selama ini banyak kebenaran fakta di dalam matematika hanya dipercaya begitu saja tanpa adanya kecurigaan terhadap kebenaran tersebut, tidak berusaha membuktikan sendiri, termasuk fakta-fakta yang sangat sederhana. Siswa hanya menggunakan fakta tersebut karena sudah ada dalam buku, atau karena sudah pernah disampaikan oleh guru. Sehingga dengan kurangnya kemampuan siswa dalam pembuktian mengakibatkan siswa kurang mampu dalam

bermatematika walaupun memang tidak semua fakta matematika yang dipelajari harus dipahami buktinya.

Berdasarkan uraian tersebut, kemampuan pembuktian matematika merupakan keahlian yang yang harus dimiliki siswa karena kemampuan pembuktian matematika memungkinkan siswa untuk mampu dalam bermatematika. Kemampuan pembuktian matematika dapat diketahui jika siswa dapat mengaitkan dan menggunakan berbagai konsep yang dimiliki. Dalam pembuktian matematika, diperlukan intuisi-intuisi yang kuat terhadap penguasaan konsep yang sudah dimiliki. Oleh karena itu, siswa dituntut memiliki kemampuan dasar matematika sehingga proses menemukan konklusi dari apa yang diketahui dari suatu permasalahan matematika dan mengaitkannya dengan apa yang akan dibuktikan itu berjalan baik. Berdasarkan uraian tersebut, maka diadakan penelitian untuk melihat bagaimana kemampuan pembuktian matematis siswa sma ditinjau dari pengetahuan awal matematika.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian eksploratif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian ini disingkat SP adalah 3 siswa SMA Negeri 6 Kendari kelas XI Semester II Tahun Pelajaran 2017/2018, yang telah mempelajari materi matriks, 3 siswa yang dimaksud adalah 1 siswa dari level pengetahuan awal matematika tinggi disingkat (ST), 1 siswa dari level pengetahuan awal matematika sedang disingkat (SS), dan 1 siswa dari level pengetahuan awal matematika rendah disingkat (SR). Terdapat Ada dua macam instrumen, yaitu instrumen utama dan instrumen bantu sebagai pendukung. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Kedudukan peneliti sebagai instrumen menurut Sugiyono (2009; 222) berfungsi menetapkan fokus penelitian, memilih subjek penelitian, melakukan pengumpulan data, analisis data, menafsirkan data, dan membuat kesimpulan. Sebagai pendukung kelancaran pelaksanaan fungsi peneliti sebagai instrumen utama, maka digunakan beberapa instrumen pendukung, yaitu: (1) tes pengetahuan awal matematika yang digunakan untuk pemilihan subjek penelitian, (2) Pedoman wawancara yang digunakan untuk memandu dan mengarahkan peneliti dalam upaya mendapatkan data penelitian yang dibutuhkan selama wawancara dilaksanakan, serta (3) tes kemampuan pembuktian dengan materi yang digunakan adalah matriks. Untuk mengungkapkan proses pembuktian pada jawaban soal siswa, digunakan metode think aloud, yaitu suatu metode mengungkapkan proses pembuktian yang berlangsung dalam pikiran dengan menggunakan kata-kata, tulisan, atau tingkah laku sehingga dapat dimengerti orang lain.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Data yang menggambarkan pemahaman ST, SS, dan SR terhadap soal pembuktian melalui serangkaian tes dan wawancara. Pemberian tes dan wawancara sebagai wujud dari triangulasi untuk mengetahui kekonsistenan terhadap penjelasan yang diberikan oleh subyek. Dalam rangka memperoleh data yang kredibel sebagai data penelitian, dilakukan proses validasi terhadap data tes kemampuan pembuktian matematis dan wawancara. Validasi dilakukan dengan membandingkan data tes kemampuan pembuktian matematis dan wawancara serta dalam validasi ini dilakukan reduksi data. Hasil validasi data yang berkaitan dengan pemahaman ST, SS, dan SR terhadap pembuktian matriks, menyimpulkan bahwa data dinyatakan kredibel. Selanjutnya adalah melakukan analisis data terhadap data yang valid tersebut. Analisis data difokuskan pada lima kategori yang sudah ditetapkan, yakni (1) langkah awal SP, (2) alur pembuktian SP, (3) konsep terkait, dan (4) argumen SP. Secara rinci, berikut analisis data dan pembahasan dari masing-masing kategori tersebut.

1. Analisis Data dan Pembahasan ST untuk Soal Matriks

a. Langkah Awal

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika tinggi, sedang dan rendah pada tahap awal mengerjakan soal mengawali dengan berusaha memahami soal, melalui membaca soal. Pada tahap awal, ST mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan dan memanfaatkan dengan tepat sebagai modal dalam menentukan langkah awal pembuktian. Selanjutnya ST menjabarkan asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan kedalam bentuk operasional dalam langkah pembuktian. Mencermati jawaban atau penjelasan ST terkait langkah awal yang digunakan untuk melakukan pembuktian, tidak terdapat kekeliruan atau kesulitan dalam mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan. ST dapat dengan mudah menunjukkan asumsi tersebut.

b. Alur Pembuktian

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika tinggi (ST) menggunakan strategi pembuktian dengan melakukan pemisalan matriks yang jelas dan konstruksi bukti yang disusun mencerminkan alur berpikir yang logis dengan pemisalan untuk membuktikan pernyataan pada soal tersebut.

c. Penguasaan Konsep Terkait

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika tinggi (ST) memahami dan menguasai konsep terkait dengan pembuktian matriks pada soal tersebut, dan ST mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses

pembuktian. Dalam penguasaan konsep terkait tersebut, ST mengungkapkan bahwa konsep sangat penting untuk diketahui dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

d. Mengemukakan Argumen

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika tinggi (ST) mampu menyusun sebuah argumen. Dimana dengan menggunakan pernyataan-pernyataan ada, ST membangun sebuah pernyataan dengan melakukan pemisalan. Mencermati jawaban atau penjelasan ST terkait mengemukakan argumen, diketahui bahwa ST mampu menggunakan pernyataan-pernyataan yang ada untuk membuat sebuah asumsi atau argument.

2. Analisis Data dan Pembahasan SS untuk Soal Matriks

a. Langkah Awal

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika sedang (SS) pada tahap awal mengerjakan soal mengawali dengan berusaha memahami soal, melalui membaca soal. Usaha SS memahami soal ini tampak pada langkah pembuktian dan melalui wawancara tampak bahwa SS cukup menyadari tujuan yang hendak dicapai dari pembuktian soal tersebut. Selain itu pada tahap awal, SS mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan dan memanfaatkan dengan tepat sebagai modal dalam menentukan langkah awal pembuktian. Mencermati jawaban atau penjelasan SS terkait langkah awal yang digunakan untuk melakukan pembuktian, tidak terdapat kekeliruan atau kesulitan dalam mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan. SS dapat dengan mudah menunjukkan asumsi tersebut.

b. Alur Pembuktian

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika sedang (SS) menggunakan strategi pembuktian dengan melakukan pemisalan matriks yang cukup jelas dan konstruksi bukti yang disusun mencerminkan alur berpikir yang cukup logis dengan pemisalan untuk membuktikan pernyataan pada soal tersebut.

c. Penguasaan Konsep Terkait

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika sedang (SS) memahami dan cukup menguasai konsep terkait dengan pembuktian matriks pada soal tersebut, dan SS mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses pembuktian.

d. Mengemukakan Argumen

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika sedang (SS) mampu menyusun sebuah argumen. Dimana dengan pernyataan-pernyataan dan aturan-aturan yang ada, SS mencoba menggunakannya sebagai dasar untuk membuktikan pernyataan-pernyataan yang lain dengan benar dengan membangun konsepnya sendiri dimana SS melakukan pemisalan. Mencermati jawaban atau

penjelasan SS terkait mengemukakan argumen, diketahui bahwa SS cukup mampu menggunakan pernyataan-pernyataan yang ada untuk membuat sebuah asumsi atau argumen.

3. Analisis Data dan Pembahasan SR untuk Soal Matriks\

a. Langkah Awal

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika rendah (SR) pada tahap awal mengerjakan soal mengawali dengan berusaha memahami soal, melalui membaca soal. Tampak bahwa SR cukup menyadari tujuan yang hendak dicapai dari pembuktian soal tersebut. Selain itu pada tahap awal, SR mampu mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan yang akan dibuktikan, tetapi SR tidak mampu memanfaatkannya dengan tepat sebagai modal dalam menentukan langkah awal pembuktian. Mencermati jawaban atau penjelasan SR terkait langkah awal yang digunakan untuk melakukan pembuktian, tidak terdapat kekeliruan atau kesulitan dalam mengidentifikasi asumsi atau hal yang diketahui dalam pernyataan. SR dapat dengan mudah menunjukkan asumsi tersebut.

b. Alur Pembuktian

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika rendah (SR) menggunakan strategi pembuktian dengan melakukan pemisalan matriks yang kurang jelas dan konstruksi bukti yang disusun tidak mencerminkan alur berpikir yang cukup logis dengan pemisalan untuk membuktikan pernyataan pada soal tersebut.

c. Penguasaan Konsep Terkait

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika rendah (SR) tidak memahami dan tidak menguasai konsep terkait dengan pembuktian matriks pada soal tersebut, dan SR mampu memanfaatkan konsep terkait ketika melakukan proses pembuktian.

d. Mengemukakan Argumen

Siswa dengan kemampuan pengetahuan awal matematika rendah (SR) tidak mampu menyusun sebuah argumen. Dimana dengan pernyataan-pernyataan dan aturan-aturan yang ada, SR tidak mampu menggunakannya sebagai dasar untuk membuktikan pernyataan-pernyataan yang lain. Mencermati jawaban atau penjelasan SR terkait mengemukakan argumen, diketahui bahwa SR tidak mampu menggunakan pernyataan-pernyataan yang ada untuk membuat sebuah asumsi atau argumen.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, peneliti membuat simpulan tentang kemampuan pembuktian matematis siswa sebagai berikut:

1. Kemampuan pembuktian matematis siswa dengan pengetahuan awal matematika tinggi masih berada dalam kategori kurang sekali,
2. Kemampuan pembuktian matematis siswa dengan pengetahuan awal matematika sedang masih berada dalam kategori kurang sekali,
3. Kemampuan pembuktian matematis siswa dengan pengetahuan awal matematika rendah masih berada dalam kategori kurang sekali.

Berdasarkan kesimpulan di atas dapat disarankan agar kemampuan pembuktian matematis siswa harus lebih ditingkatkan lagi dengan melakukan pembiasaan terhadap mengerjakan soal yang membutuhkan pembuktian. Disamping itu, guru perlu lebih sering memberikan soal-soal non rutin sehingga dapat menarik perhatian siswa untuk belajar dan menantang kemampuan pembuktian siswa untuk menyelesaikan masalah yang ditemui. Bagi peneliti lain yang ingin melakukan penelitian yang sejenis, hendaknya melakukan pengembangan pada subjek dan materi yang lain agar dapat memberikan banyak kontribusi terhadap pendidikan. Agar mendapatkan hasil penelitian yang lebih baik pada penelitian sejenis, maka sebaiknya kelemahan-kelemahan pada penelitian ini harap diperhatikan kemudian diminimalisir pada penelitian selanjutnya.

DAFTAR RUJUKAN

- Arnawa, M I. (2009). Mengembangkan kemampuan Mahasiswa dalam memvalidasi bukti pada aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori Apos; *Jurnal Matematika dan Sains*, vol.14, no.2, hal 62.
- de Villiers, M. (1990)). The Role and Function of Proof in Mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.
- Hanna, G. (2000). A Critical Examination of Three Factors in the Decline of Proof. *Interchange*, 31(1), hal 21-33
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies In Matemhatics*, 44, hal 5-23
- Hernandi, J. (2008). Metoda pembuktian dalam matematika; *Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 2, No. 1, hal 1
- Hoyles, C. (1997). The Curricular Shaping of Students Approaches to Proof. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 7-16.
- Kemendikbud. (2016). *Permendikbud RI nomor 21 tahun 2016 tentang standar isi*
- Lee, J. K. (2002). Philosophical Perspective on Proof in Mathematics Education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, 16. Diakses tanggal; 11

desember 2017, dari laman <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome16/docs/lee.pdf>.

Putra, Dwi, Harry. (2011). *Pembelajaran Geometri dengan Pendekatan Savi Berbatuan Wingeom untuk Meningkatkan Kemampuan Analogi Matematis Siswa SMP*. Stkip Siliwangi.ac.id: Prosiding

Samad. A. (2012). Pengaruh penerapan pembelajaran dengan concept-mapping dan pengetahuan dasar matematika terhadap kemampuan pembuktian matematika siswa sma. Kendari: Tesis Tidak Dipublikasikan